Introducción a las ecuaciones diferenciales

2016

Nombre de la unidad curricular: Introducción a las ecuaciones diferenciales

Área de formación (para todas las carreras): Matemática

Créditos: 10 créditos.

Objetivo general: El estudiante conocerá en este curso los aspectos básicos correspondientes a situaciones que pueden modelarse por medio de ecuaciones diferenciales y adquirirá algunas técnicas que permiten su análisis y/o resolución. Se hará especial énfasis en los sistemas lineales.

Metodología de enseñanza: 3 horas semanales de clases teóricas y 3 horas semanales de clases prácticas.

Temario

Introducción

- Lineales de primer orden ($\dot{x} + P(t)x = Q(t)$). Ecuaciones de Bernoulli y Ricatti. Ecuaciones a variables separables. Lineales de segundo orden homogeneas y no homogeneas.
- Enunciado del Teorema de Picard.

Transformada de Laplace

- Propiedades: linealidad, unicidad, integración, derivación, convolución.

Convergencia Uniforme

- Definición de convergencia puntual y uniforme.
- Condición necesaria y suficiente de convergencia uniforme ($\{f_n\}$ converge uniformemente a f si y solo si $M_n = sup|f_n(x) - f(x)| \to 0$.
- Condición de Cauchy.
- Convergencia uniforme y continuidad.
- Convergencia uniforme e integrabilidad.
- Convergencia uniforme y derivabilidad.
- Convergencia uniforme y series de funciones.

Ecuaciones $\dot{X} = AX$ con $A \in M_{n\times n}(R)$

- Definición de exponencial de una matriz ($\phi(t) = e^{tA}$). Prueba de la convergencia de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(tA)^n}{n!}$ y que $\frac{\partial}{\partial t} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(tA)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial t} \frac{(tA)^n}{n!}$.
- Probar que $\dot{\phi} = A\phi$. Propiedades y cálculo de la matriz exponencial.
- Diagrama de fase para matrices dos por dos.
- Estabilidad de sistemas lineales. Definición y ejemplos. Prueba que si todos los valores propios tienen parte real negativa entonces el origen es asintóticamente estable y si hay un valor propio con parte real positiva entonces el origen es inestable.
- Linealización de sistemas (enunciado del Teorema de Hartman).

Consecuencias del Teorema de Picard

- Recordar el enunciado del Teorema de Picard.
- Intervalo maximal.
- Enunciado del Teorema de salida de compactos.
- Prueba de que el intervalo maximal de $\dot{X} = AX$ es R .
- Prueba que $V = \{\varphi : R \to R^n : \dot{\varphi} = A\varphi\}$ es un espacio vectorial de dimensión n.

Estudio cualitativo de ecuaciones.

- Ecuaciones que tienen preintegrales. Ejemplo del péndulo. Ecuaciones Lotka-Volterra. Estudio cualitativo de ecuaciones del tipo $\dot{x} = t - x^2$.

Series de Fourier.

- Definición de serie de Fourier, base real y compleja, completitud, Parseval, Teorema de Dini, convergencia uniforme, series de período arbitrario.

Ecuaciones en derivadas parciales.

- La ecuación del Calor. Resolución por el método de propagación y por variables separables.
- La ecuación de ondas. Resolución por el método de variables separables.
- La ecuación de Laplace. Resolución por el método de variables separables.

Bibliografía recomendada

- Básica:
  - Notas de curso. Recopilación: Andrea Amorena
  - Curso introductorio a las ecuaciones diferenciales. Omar Gil.
- Complementaria:
  - Lima, Elon Lages. Análisis Real, Volumen 1. Colección de textos del Instituto de Matemática y Ciencias Afines.

Conocimientos previos recomendados:

Es imprescindible un buen dominio del cálculo diferencial e integral en una y varias variables, así coo de geometría y álgebra lineal. Es recomendable haber tomado cursos de física, en especial con contenidos de mecánica, para un mejor aprovechamiento del curso.

Anexo

Cronograma tentativo

- Introducción: 1 semana
- Transformada de Laplace: 2 semanas
- Convergencia Uniforme: 2 semanas
- Ecuaciones lineales: 3 semanas.
- Consecuencias del Teorema de Picard: 1,5 semanas.
- Estudio cualitativo de ecuaciones: 2 semanas.
- Series de Fourier: 1,5 semanas.
- Ecuaciones en derivadas parciales: 2,5 semanas.

Procedimiento de evaluación

Los estudiantes serán evaluados mediante dos parciales. De los resultados obtenidos en los parciales surgirán tres posibilidades: a) exoneración del examen final, b) suficiencia en el curso, que habilita a cursar unidades curriculares posteriores, c) insuficiencia en el curso, por lo cual reprueba.

APROB. RES. CONSEJO DE FAC. ING.
de fecha 04/07/2017 Exp. 060140-000017-17